

Berechnung fortschreitender Risse in Laminaten

Mark Fiolka, Anton Matzenmiller

Institut für Mechanik, Universität Kassel, Mönchebergstraße 7, 34109 Kassel

Summary

The paper is concerned with the numerical simulation of laminated shell structures. Interlaminare effects like e.g. the delamination are considered, because they have major influence on the global structural failure. Solid-shells and zero thickness interface elements are used for the numerical simulation. The damage of the brittle material takes place in the cohesive zone.

Keywords

Delamination, Interface element, Traction-separation-law, Mixed-Mode, Solid-shell element

1. Einleitung

Geschichtete unidirektional verstärkte Faserverbundstrukturen haben aufgrund ihrer Anpassungsfähigkeit an den Kraftverlauf im Bauteil eine weite Verbreitung in der Technik gefunden. Die gegenseitige Ablösung der Schichten voneinander - die Delamination - ist eine der gefährlichsten Versagensarten [13], da sie zum globalen Kollaps der Struktur führen kann. Ziel dieses Beitrags ist es, statische, interlaminare Bruchtests die zur Ermittlung der Bruchzähigkeit und des Rissfortschrittes dienen, numerisch mit der Methode der finiten Elemente zu simulieren.

2. Numerische Simulation von Faserverbundlaminaten

Die Simulation von Faserverbundstrukturen kann von verschiedenen Modellierungsebenen aus geschehen. Zu einem von der Laminebene aus, bei der aus Mittelung der Materialeigenschaften der unidirektionalen Schichten ein Verbundquerschnitt erzeugt wird, was die Berücksichtigung transversaler Spannungen und interlaminarer Prozesse in der Grenzschicht unmöglich macht. Hingegen erlaubt die Betrachtung auf der Einzelschichtebene eine detaillierte Analyse der Struktur, dabei wird jede unidirektionale Faserschicht durch mindestens eine Lage von Schalenelementen abgebildet. Die interlaminaren Versagensprozesse werden mit Hilfe von Grenzflächenelementen erfasst.

3. Volumetrische Schalenelemente

Die Simulation auf der Ebene der unidirektionalen Einzelschichten verlangt nach einem finiten Schalenelement, das keine Versteifungseffekte bei der Berechnung dünnwandiger Strukturen zeigt. Das dreidimensionale Werkstoffmodell der transversalen Isotropie muss vollständig verwendbar sein. Damit der Berechnungsaufwand aufgrund der gewählten Diskretisierung vom Umfang akzeptabel bleibt, muss das Schalenelement numerisch effizient formuliert sein. Das Konzept der volumetrischen Scha-

lenelemente [15, 4, 11] bietet sich an, da Volumenelemente eine dreidimensionale Diskretisierung erlauben und andererseits die niedrigen, trilinearen Ansatzfunktionen eine hohe numerische Effizienz gewährleisten.

3.1 Massnahmen gegen Versteifungen

Aufgrund der Dünnwandigkeit der flächenhaften Strukturen und der niedrigen Ansatzfunktionen neigen die volumetrischen Schalenelemente zu einem rechnerisch zu steifen Elementverhalten. Um diese Effekte zu verhindern, müssen spezielle Maßnahmen getroffen werden. Durch einen „Assumed Strain Ansatz“ [3] wird die exzessive Querschubversteifung verhindert. Die Dickenversteifung, die sich durch künstliche Dickenspannung bei reiner Biegung äußert, wird durch einen ähnlichen „Assumed Strain“ Ansatz beseitigt -siehe [17]. Die lineare Dickendehnung, die zur Beseitigung des Querdehndefekts im Fall der Biegung erforderlich ist, wird durch die „Enhanced Assumed Strain Method“ gemäß [16] ergänzt. Die Erweiterung der Dickenverzerrung um drei Parameter ermöglicht dem Element, den „Biegepatchtest“ nach MacNeal [14] zu erfüllen. Diese Anforderung ist anstrebenswert, da der „Patchtest“ ein Qualitätsmerkmal für ein finites Element ist. Er garantiert die Möglichkeit von Starrkörperbewegungen der Struktur und sichert die Konvergenz der FE-Näherungslösung gegen die wahre Lösung.

3.2 Multidirektor-Multilayer Schalentheorie

Die Verläufe der Dickenspannung und Querschubspannung aus vertikaler Auflast können von der volumetrischen Schale nur konstant erfasst werden. Abhilfe schafft hier eine externe Multidirektor-Multilayerkinematik [12], wobei ein stückweise linearer Verlauf der materiellen Linien in Dickenrichtung angenommen wird. Die Multidirektortheorie ist in der Lage, nicht nur geschichtete Strukturen ohne Mittelung der Materialeigenschaften zu beschreiben, sondern nähert jeden transversalen Spannungsverlauf beliebig genau an. Diese Eigenschaft ist von besonderer Bedeutung zur Beschreibung des Delaminationsfortschritts, da die interlaminare Rissbildung durch hohe transversale Spannungen begünstigt oder gar ausgelöst wird.

4. Grenzflächenelement

Die Beschreibung der Delamination in der Prozessschicht erfolgt mit Hilfe von Grenzflächenelementen, wobei vom Modell einer Kohäsivzone an der Risspitze ausgegangen wird. Die Delaminationsinitiierung basiert auf einem Spannungskriterium für die Grenzflächenspannungen. Die Schädigung und damit das Versagen der Grenzfläche hängt von der dissipierten Energie ab. Der Delaminationsfortschritt soll mit FE-Netzen ohne sukzessive Adaption beschrieben werden. Als konstitutive Annahme liegt ein Spannungs-Separations-Modell zu Grunde, wodurch das Versagen der Grenzfläche über die kritische Energiefreisetzungsrate \mathcal{G}_c als dominierender Materialparameter bestimmt wird.

4.1 Virtuelle Arbeit von Körpern mit Grenzfläche

Für die Modellierung von Grenzflächen im Inneren von kontinuierlichen Körpern \mathcal{B} muss zu den bekannten inneren und äußeren virtuellen Arbeiten der Anteil aus dem Spannungsvektor \mathbf{t} und dem zugehörigem Verschiebungssprung Δ in der Grenzfläche \mathcal{S} hinzugefügt werden.

$$\int_{\mathcal{B}} \tilde{\mathbf{T}} \delta \mathbf{E} dV + \int_{\mathcal{S}} \mathbf{t} \cdot \delta \Delta dS = \int_{\mathcal{B}} \rho \mathbf{k} \cdot \delta \mathbf{u} dV + \int_{\partial \mathcal{B}} \mathbf{t}_0 \cdot \delta \mathbf{u} dA \quad (1)$$

Der Verschiebungssprung Δ wird hier ebenso in einem lokalen, orthonormalen Koordinatensystem beschrieben wie auch der Spannungsvektor \mathbf{t} . In der materiellen Darstellung ist $\tilde{\mathbf{T}}$ der zweite Piola-Kirchhoff Spannungstensor, der Vektor \mathbf{k} beschreibt die Volumenkräfte und \mathbf{t}_0 bezeichnet die Oberflächenkräfte.

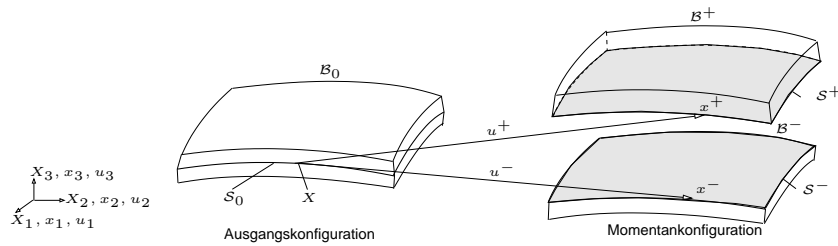


Fig.1: Kinematik der Grenzfläche

4.2 Numerik des Grenzflächenelements

Der Operator \mathbf{P} transformiert zwischen dem virtuellen Verschiebungssprung $\delta\Delta$ und den global definierten virtuellen Verschiebungen $\delta\mathbf{u}^+$ und $\delta\mathbf{u}^-$ an der oberen und unteren Seite der Grenzfläche [10].

$$\delta\Delta = \mathbf{A}^T \mathbf{N} \delta\mathbf{u}^+ - \mathbf{A}^T \mathbf{N} \delta\mathbf{u}^- = \mathbf{P} \begin{bmatrix} \delta\mathbf{u}^+ \\ \delta\mathbf{u}^- \end{bmatrix} \quad (2)$$

Die Matrix \mathbf{A} markiert eine orthogonale Transformation der Verschiebungsvektoren zwischen dem lokalen Koordinatensystem in der Grenzfläche und dem globalen Koordinatensystem der Strukturbeziehung. Die inneren Elementknotenkräfte \mathbf{f} in der Grenzfläche S ergeben sich mit den bilinearen Formfunktionen \mathbf{N} im isoparametrischen Einheitsraum aus dem zweiten Summanden der linken Seite von Gl.(1) zu:

$$\mathbf{f} = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \mathbf{P}^T \mathbf{t} \det \mathbf{J} \, d\xi \, d\eta, \quad (3)$$

mit $\det \mathbf{J}$ als Jacobi-Determinante. Für die Nachgiebigkeit der Grenzfläche wird zunächst ein Werkstoffmodell der linearen Elastizität eingeführt.

$$\mathbf{t} = \mathbf{D}\Delta; \quad \text{mit } \mathbf{D} = \frac{\partial \mathbf{t}}{\partial \Delta} \quad (4)$$

Der 3x3-Elastizitätstensor \mathbf{D} des Grenzflächenmodells ist nur auf der Hauptdiagonalen mit Steifigkeitskennwerten der Grenzfläche in den drei möglichen Translationsrichtungen besetzt. Die inneren Kräfte gemäss Gl.(3) werden linearisiert. Unter Ausnutzung des Werkstoffmodells von Gl.(4) ergibt sich die Elementsteifigkeitsmatrix \mathbf{k} des Grenzflächenelements.

$$\mathbf{k} = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \mathbf{P}^T \mathbf{D} \mathbf{P} \det \mathbf{J} \, d\xi \, d\eta \quad (5)$$

4.3 Kohäsivzonenmodell

Die drei Steifigkeitskennwerte der konstitutiven Matrix \mathbf{D} stehen über ein Rissmodell in Beziehung mit den drei bekannten Bruchmoden der Bruchmechanik. Von Barenblatt [2] ist ein Rissmodell für ideal sprödes Materialverhalten entwickelt worden, wo Kohäsivkräfte zwischen den Rissoberflächen wirken. Die Rissenden schliessen glatt und die Ausdehnung der Kohäsivzone ist klein gegenüber der Risslänge - siehe Fig.2. Der Verlauf der Kohäsivspannungen \mathbf{t} in Abhängigkeit von der Rissöffnung Δ in der Kohäsivzone wird angenommen.

4.4 Entfestigungsmodell für den Single-Mode

In diesem Beitrag wird ein linear elastisches mit einem ideal sprödem Verhalten kombiniert. Diese Annahme führt zu einem bilinearen Spannungs-Separations-Modell, das für den Modus I und Modus II in Fig.3 dargestellt ist.

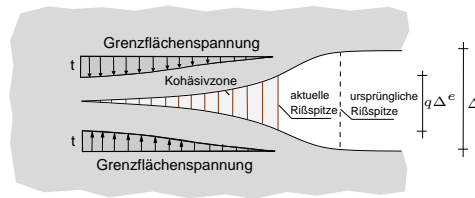


Fig.2: Kohäsivzonenmodell nach Barenblatt

Das Integral über die Spannungs-Separations-Beziehung ist identisch mit der kritischen Energiefreisetzungsrate \mathcal{G}_c . Beim bilinearen Spannungs-Separations-Modell ergibt sich für eine gegebene extreme Grenzflächenspannung t_n^{max} der Separationsbeginn bei Δ_n^e - siehe Fig.3 - und die maximale Separation beim Wert $q_n \Delta_n^e$, wo die Grenzfläche vollständig versagt. Die Penetration im Modus I wird im Rahmen eines Strafverfahrens verhindert. Das Entfestigungsmodell im Modus III entspricht dem des Modus II.

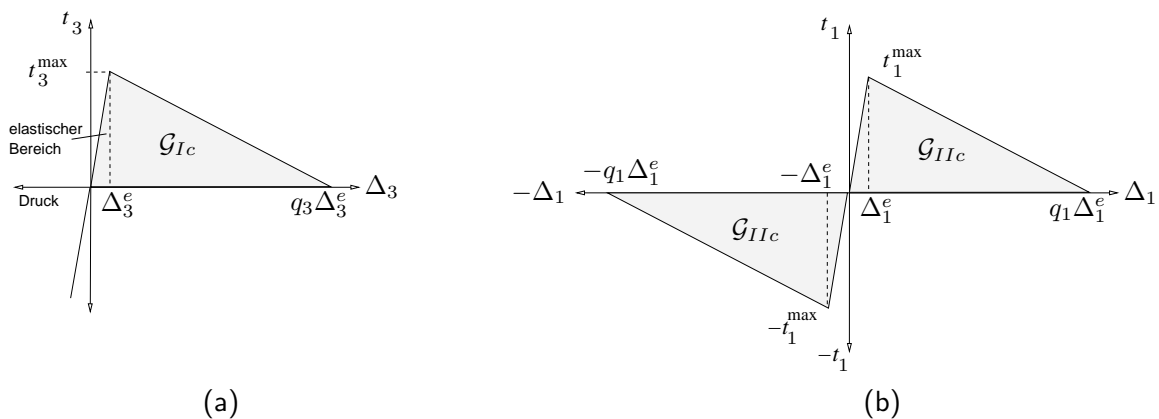


Fig.3: Entfestigungsmodell im Modus I (a), Entfestigungsmodell im Modus II (b)

4.5 Entfestigungsmodell für den Mixed-Mode

In vielen Belastungsfällen tritt Risswachstum nicht nur in einem Modus, sondern in mehreren Moden gleichzeitig auf. Die Interaktion der Grenzflächenspannungen, die zur Rissinitierung führen, muss berücksichtigt werden. Dazu wird das quadratische Delaminationskriterium nach BREWER und LAGACE [5] verwendet. Gesucht wird die Separation Δ_m^e , bei der die Entfestigung im Mixed-Mode Fall beginnt. Ausgegangen wird von einem quadratischen Spannungskriterium mit einer Grenzflächenvergleichspannung t_m im Fall der Mixed-Mode Belastung.

$$\sqrt{\left(\frac{t_1}{t_1^{max}}\right)^2 + \left(\frac{t_2}{t_2^{max}}\right)^2 + \left(\frac{\langle t_3 \rangle}{t_3^{max}}\right)^2} = \frac{t_m}{t_m^{max}} \quad (6)$$

Es wird angenommen, dass die elastischen Kennwerte D_{ii} in allen drei Richtungen identisch sind, weiterhin werden sie als elastischer Kennwert D_m bezeichnet. Mit dieser Annahme ergibt sich die Grenzflächenspannung im Bereich von $0 \leq \Delta_n \leq \Delta_n^e$ zu:

$$t_n = D_m \Delta_n \quad t_m = D_m \Delta_m \quad (7)$$

und die maximale Grenzflächenspannung folgt aus:

$$t_n^{max} = D_m \Delta_n^e \quad t_m^{max} = D_m \Delta_m^e \quad (8)$$

Die Gl. (7) und (8) für die Grenzflächenspannungen werden in die Gl.(6) eingesetzt, wobei eine Beziehung entsteht, die nur von den Separationen in den drei Richtungen abhängig ist.

$$\sqrt[2]{\left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1^e}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_2}{\Delta_2^e}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_3}{\Delta_3^e}\right)^2} = \frac{\Delta_m}{\Delta_m^e} \quad (9)$$

Die Separationen in tangentialer Richtung Δ_1 und Δ_2 wird zusammengefasst zu einer gemeinsamen Separation Δ_t .

$$\Delta_t = \sqrt{\Delta_1^2 + \Delta_2^2} \quad (10)$$

Mit Hilfe der Variable α wird das Verhältnis zwischen tangentialer und normaler Separation beschrieben.

$$\alpha = \frac{\Delta_t}{\Delta_3}$$

Mit dem Wert α ergibt sich die gesuchte Separation Δ_m^e , bei der Entfestigung beginnt zu:

$$\Delta_m^e = \Delta_3^e \cdot \Delta_t^e \sqrt{\frac{1 + \alpha^2}{(\Delta_t^e)^2 + \alpha^2(\Delta_3^e)^2}} \quad (11)$$

Das Versagen und damit die vollständige Entfestigung der Grenzfläche, wird mit dem Energiekriterium von WHITCOMB [18] ermittelt. Gesucht ist das Vielfache q_m der elastischen Separation Δ_m^e , bei der die Grenzfläche unter einer Mixed-Mode Belastung vollständig versagt.

$$\left(\frac{\mathcal{G}_I}{\mathcal{G}_{Ic}}\right)^n + \left(\frac{\mathcal{G}_{II}}{\mathcal{G}_{IIc}}\right)^n + \left(\frac{\mathcal{G}_{III}}{\mathcal{G}_{IIIc}}\right)^n = \left(\frac{\mathcal{G}_m}{\mathcal{G}_{mc}}\right)^n \quad (12)$$

Es wird angenommen, dass die kritischen Energiefreisetzungsrate \mathcal{G}_c im Modus II und III identisch sind. Sie wird weiterhin als kritische Energiefreisetzungsrate in tangentialer Richtung mit \mathcal{G}_{tc} bezeichnet. Die Energiefreisetzungsrate in tangentialer Richtung wird mit Hilfe der Separationen Δ_t berechnet.

$$\mathcal{G}_{IIc} = \mathcal{G}_{IIIc} = \mathcal{G}_{tc}$$

Die Energiefreisetzungsrate und die kritische Energiefreisetzungsrate im Mixed-Mode Fall wird mit \mathcal{G}_m und \mathcal{G}_{mc} bezeichnet. Werden die oberen Gleichungen eingesetzt, so vereinfacht sich das Energiekriterium zu:

$$\left(\frac{\mathcal{G}_I}{\mathcal{G}_{Ic}}\right)^n + \left(\frac{\mathcal{G}_t}{\mathcal{G}_{tc}}\right)^n = \left(\frac{\mathcal{G}_m}{\mathcal{G}_{mc}}\right)^n$$

Die kritische Energiefreisetzungsrate \mathcal{G}_{mc} im Mixed-Mode Fall lautet:

$$\mathcal{G}_{mc} = \frac{1}{2} D_m \Delta_m^e q_m$$

Wird die Gl.(12) nach der kritischen Energiefreisetzungsrate \mathcal{G}_{mc} umgestellt, so ergibt sich:

$$\mathcal{G}_{mc} = \mathcal{G}_m \left(\left(\frac{\mathcal{G}_I}{\mathcal{G}_{Ic}}\right)^n + \left(\frac{\mathcal{G}_t}{\mathcal{G}_{tc}}\right)^n \right)^{-\frac{1}{n}}$$

Das Vielfache q_m der elastischen Separation, das zum Versagen der Grenzfläche führt, ergibt sich damit zu:

$$q_m = \frac{2(1 + \alpha^2)}{D_m \Delta_m^e} \left(\left(\frac{1}{G_{Ic}} \right)^n + \left(\frac{\alpha^2}{G_{Ic}} \right)^n \right)^{-\frac{1}{n}} \quad (13)$$

Das oben beschriebene Entfestigungsmodell im Mixed-Mode beruht auf Veröffentlichungen von DÁVILA und CAMANHO [7, 8].

5. Numerische Beispiele

Interlaminare Bruchtests dienen der Ermittlung des statischen interlaminaren Risswiderstandes sowie der Rissfortpflanzung. Die Teststrukturen bestehen meist aus unidirektionalen Laminaten. Der Riss pflanzt sich zwischen zwei Schichten fort. Drei Bruchtest werden vorgestellt und numerisch simuliert. Dabei sind Proben ausgewählt worden, bei denen neben experimentellen Daten auch analytische Lösungen zur Verifikation und Validierung der numerischen Berechnung zur Verfügung stehen. Die analytischen Lösungen basieren dabei auf einfachen Balkenmodellen [6].

5.1 DCB-Probe

Die „Double-Cantilever-Beam“ Probe ist ein Test, bei dem eine Beanspruchung ausschließlich im Mode I auftritt - siehe Fig.4 (a). Experimentelle Daten stehen von ALIYU und DANIEL [1] zur Verfügung. Die Probe besteht aus Graphit-Epoxid-Faserverbundwerkstoff AS-4/3501-6. Die homogenisierten Materialparameter sind wie folgt gegeben.

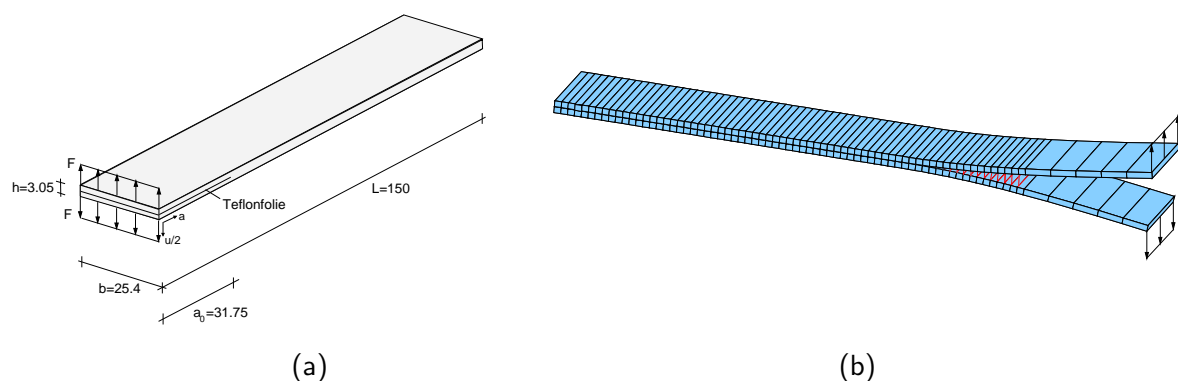


Fig.4: Skizze der DCB-Probe (a), FE Modell der DCB-Probe (b)

Elastizitätsparameter der Probe:

$$E_{11} = 138000 \frac{N}{mm^2}; \quad G_{12} = 7100 \frac{N}{mm^2}; \quad E_{22} = 8960 \frac{N}{mm^2}; \quad G_{23} = 3446 \frac{N}{mm^2}; \quad \nu = 0.3$$

Die Faserausrichtung verläuft parallel zur Probenlänge. An der Probenspitze ist bei der Probenherstellung eine Teflonfolie eingearbeitet worden. Experimentell ist eine kritische Energiefreisetzungsrate von $G_{Ic} = 0.222 \frac{N}{mm}$ ermittelt worden.

Materialparameter der Grenzfläche:

$$t_3^{max} = 51.7 \frac{N}{mm^2}; \quad q_3 = 3; \quad \Delta_3^e = 2.86267 \cdot 10^{-3}$$

Das FE-Modell besteht aus zwei Lagen von volumetrischen Schalenelementen und einer Lage Grenzflächenelementen - siehe Fig.4 (b). Im Bereich des Anrisses werden keine Grenzflächenelemente angeordnet. Der Anriss wird durch insgesamt zehn Schalenelemente abgebildet. Die Struktur wird mit einem Element über die Breite diskretisiert. Die Fig.5 (a) zeigt eine Gegenüberstellung der numerischen, analytischen und experimentellen Ergebnisse. Das finite Elemente Netz besteht aus 290 volumetrischen Schalenelementen und 140 Grenzflächenelementen. Die Ergebnisse der Simulation liefern

eine sehr gute Übereinstimmung mit den experimentellen Werten so wie auch mit der analytischen Lösung in Fig.5 (a), wo die äußere Kraft F über die Verschiebung u am Kraftangriffspunkt aufgetragen ist. Erreicht die Kraft F ihr Maximum, so versagt das erste Grenzflächenelement vollständig und der Riss pflanzt sich fort. Bevor die maximale Last erreicht wird, folgt die Lastverschiebungskurve der FE-Berechnung der experimentell ermittelten Kurve und nicht der analytischen Lösung, weil die analytische Lösung eine zunehmende Entfestigung an der Risspitze nicht berücksichtigt. Es hat sich gezeigt, dass die Abmessung der Grenzflächenelemente in Längsrichtung einen großen Einfluss auf den maximalen Wert der Lastverschiebungskurve hat, wie das Diagramm der maximal berechneten Kraft F in Abhängigkeit der Elementlänge gemäß Fig.5 (b) zeigt. Mit zunehmender Elementanzahl n nimmt das Maximum der äußeren Kraft ab. Eine zu geringe Diskretisierungsdichte der Probe in Längsrichtung führt außerdem zu einer „rauen“ Lastverschiebungskurve.

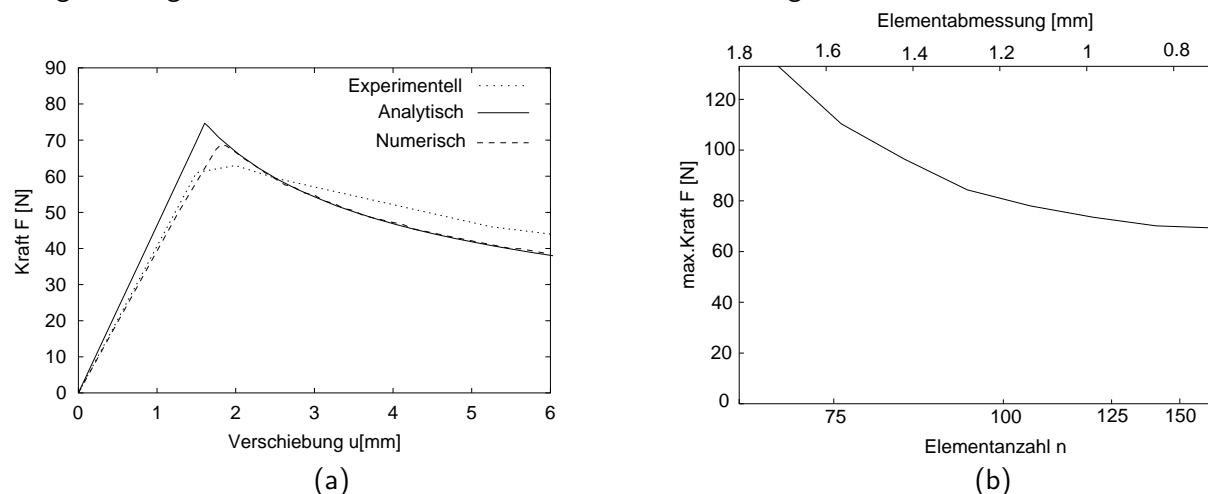


Fig.5: Lastverschiebungskurve (a), maximale Bruchlast in Abhängigkeit von der Elementanzahl (b)

5.2 ENF-Probe

Der „End Notched Flexure“-Test ist ein weit verbreiteter interlaminaer Bruchtest für den Modus II - Fig.6 (a). Der Test besteht aus einer geschlitzten Probe die an ihren Enden vertikal gelagert ist. In der Mitte der Probe erfolgt die Lasteinleitung F - Fig.6 (b). Als Probenmaterial wird Alumini-

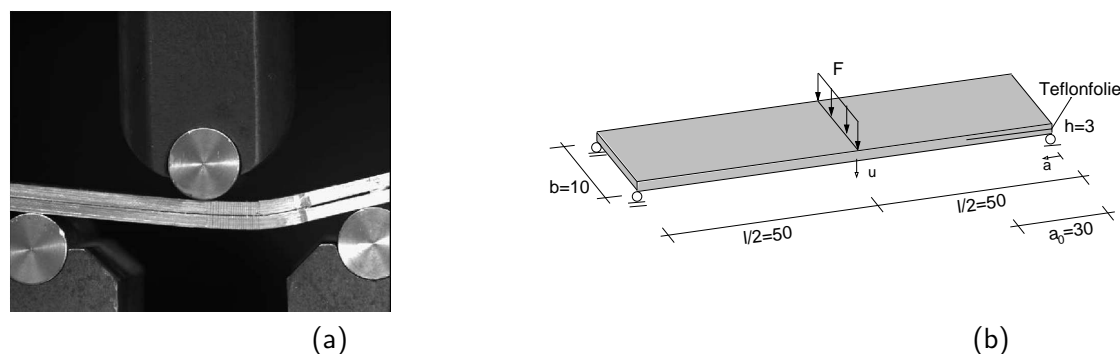


Fig.6: ENF-Versuchsaufbau (a), Skizze der ENF-Probe (b)

um mit einem Elastizitätsmodul von $69000 \frac{N}{mm^2}$ und einer Querdehnzahl von $\nu = 0.3$ verwendet. Die beiden Aluminiumprofile sind durch einen spröden Kleber auf Epoxidharzbasis, wie er auch für Faserverbundlaminate verwendet werden, miteinander verbunden. Die kritische Energiefreisetzungsrate ist experimentell mit $G_{IIc} = 1.45 \frac{N}{mm}$ [9] ermittelt worden. Die maximale Grenzflächenspannung ist mit $t_1^{max} = 40 \frac{N}{mm^2}$ angegeben. Die Probe wird mit zwei Lagen von Schalenelementen und einer Lage von Grenzflächenelementen diskretisiert. Die Breite der Probe wird mit einem Element

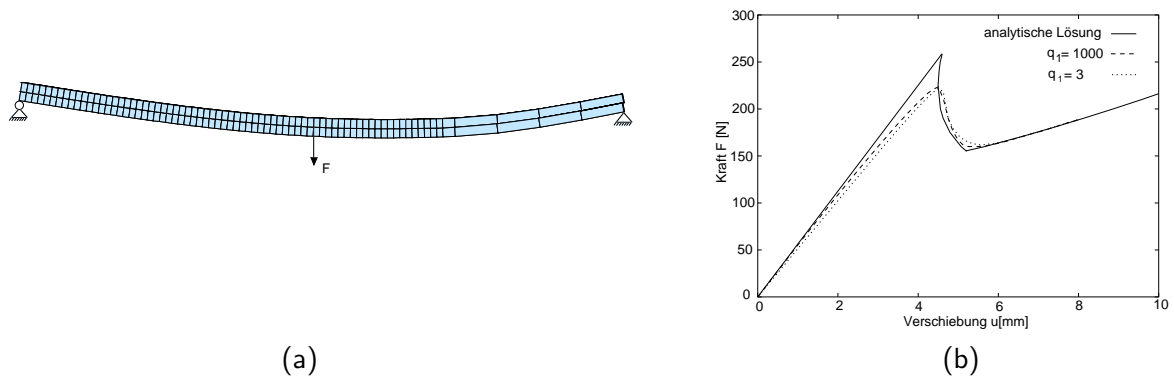


Fig.7: FE Modell der ENF-Probe (a), Lastverschiebungskurve der ENF-Probe (b)

abgebildet. Insgesamt besteht das Netz aus 148 volumetrischen Schalenelementen, 69 Grenzflächenelementen und 5 Kontaktelementen. Die Kontaktelemente sind im Bereich des Anrisses zwischen den Schalenelementen angeordnet, sie verhindern die Durchdringung der einzelnen Schalenelemente. Als Kontaktelemente werden Grenzflächenelemente eingesetzt. Ein hoher Strafparameter von $1e6 \frac{N}{mm^3}$ verhindert Durchdringungen in Normalenrichtung. In tangentialer Richtung können sich die Knoten frei bewegen. Die Ergebnisse der Simulation liefern eine sehr gute Übereinstimmung mit der analytischen Lösung - siehe Fig.7, wo die äussere Kraft F über der Verschiebung u am Kraftangriffspunkt aufgetragen ist. Unterschiedlich große Werte von q_1 haben nur einen geringen Einfluss auf die Berechnungsergebnisse, die für den Fall $q_1 = 3$ und $q_1 = 1000$ dargestellt sind.

5.3 FRMM-Probe

Die „Fixed Ratio Mixed-Mode“-Probe ist ein interlaminarer Bruchtest bei dem eine Belastung im Mixed-Mode auftritt. Die Struktur besteht aus Faserverbundmaterial und ist seitlich geschlitzt. Die Probe wird an der ungeschlitzten Seite eingespannt. Am oberen Kragarm der Probe wird die Last verschiebungsgesteuert eingeleitet - siehe Fig.8(a).

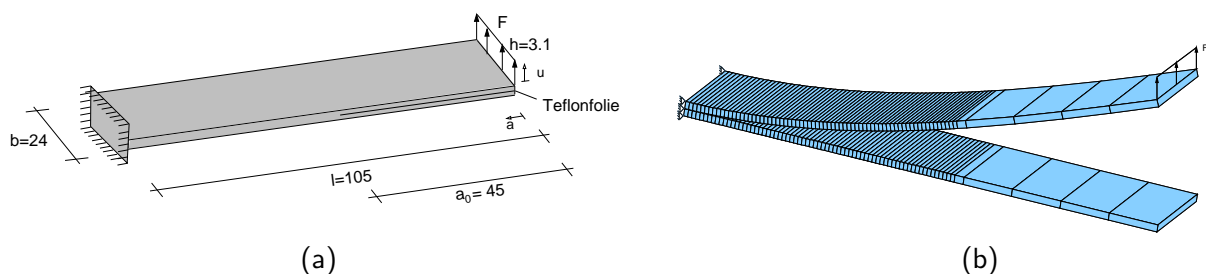


Fig.8: Skizze der FRMM-Probe (a), FE-Modell der FRMM-Probe (b)

Materialparameter: $E_{11} = 130000 \frac{N}{mm^2}$, $E_{22} = 8000 \frac{N}{mm^2}$, $G_{12} = 6000 \frac{N}{mm^2}$, $\nu = 0.3$

In CHEN ET.AL. [6] ist die Energiefreisetzungsrate im Modus I mit $\mathcal{G}_I = 0.257$ und im Modus II mit $\mathcal{G}_I = 0.856$ angegeben. Die maximale Grenzflächenspannung ist in beiden Fällen mit t_1^{max} und $t_3^{max} = 48 \frac{N}{mm^2}$ vorgegeben. Die elastische Anfangssteigung lautet $D_m = 1 \cdot 10^5 \frac{N}{mm^3}$. Die analytische Lösung für die FRMM Probe kann für eine lineare und quadratische Interaktion berechnet werden, da ein konstantes Verhältnis zwischen den Energiefreisetzungsraten im Modus I und Modus II von $0.75 \cdot \mathcal{G}_I = \mathcal{G}_{II}$ existiert. Damit ergibt sich die kritische Energiefreisetzungsrate \mathcal{G}_c im Mixed-Mode und lautet mit der linearen Interaktion $\mathcal{G}_c = 0.367 \frac{N}{mm}$. Die kritische Energiefreisetzungsrate \mathcal{G}_c im Mixed-Mode mit der quadratischen Interaktion lautet $\mathcal{G}_c = 0.438 \frac{N}{mm}$.

Die Fig.8(b) zeigt die FRMM-Probe zu einem Zeitpunkt, an dem sie bereits komplett delaminiert ist und der Riss sich bis kurz vor die Einspannung ausgebreitet hat. Das FE-Modell besteht aus 148 Schalenelementen und 69 Grenzflächenelementen. In der Fig.9 wird die numerische Lösung der ana-

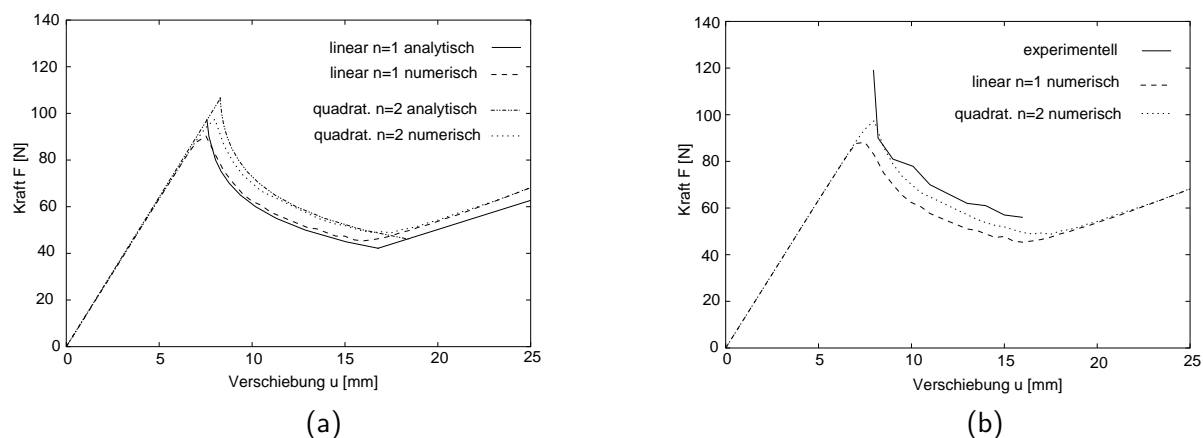


Fig.9: Lastverschiebungskurven numerisch-analytisch (a), numerisch-experimentell (b)

lytischen Lösung gegenübergestellt, wobei die lineare und quadratische Interaktionsbedingung zum Grenzflächenversagen untersucht worden. Die beiden Lösungen zeigen für die dargestellten Fälle eine sehr gute Übereinstimmung. Allerdings ist bei den numerischen Lösungen die Lastspitze nicht so ausgeprägt wie bei der analytischen Lösung. Im Nachbruchverhalten $u > 17\text{mm}$ erweist sich die numerische Lösung als steifer. Dies ist damit zu erklären, dass die Grenzflächenelemente an der Einspannung nicht delaminieren und den belasteten Teilarm der Probe zusätzlich versteifen. Schließlich werden in der Fig.9 (a) die numerischen Ergebnisse mit experimentellen Daten [6] verglichen. Die experimentellen Daten liegen nur für den Bereich, in dem der Riss wächst, zwischen $8 < u < 16\text{mm}$ vor. Zwar sind die experimentell ermittelten Bruchlasten größer als die Berechnungsergebnisse mit einer quadratischen Interaktion; dennoch lässt sich eine gute Voraussagefähigkeit des FE-Modells erkennen.

6. Zusammenfassung

Die vorgestellten volumetrischen Schalenelemente und Grenzflächenelemente sind zur Simulation von interlaminaren Bruchtests genutzt worden. Das Delaminationsmodell im Mixed-Mode beruht auf einem Spannungskriterium für die Schädigungsinitierung und einen Energiekriterium, das das vollständige Versagen der Grenzfläche beschreibt. Bruchtests sind im Mode I, Mode II und im Mixed-Mode I/II simuliert worden. Im Vergleich zu analytischen und experimentellen Ergebnissen konnte die Lastverschiebungskurve sehr gut abgebildet werden.

Literatur

- [1] ALIYU, A.A und I.M. DANIEL: *Effects of strain rate on delamination fracture toughness of graphite/epoxy*. In: *Delamination and Debonding of Materials*, Seiten 336–348. ASTM STP 876, Johnson W.S., 1985.
- [2] BARENBLATT, G.: *Mathematical theory of equilibrium cracks*. *Advances in Applied Mechanics*, 7:56–129, 1962.
- [3] BATHE, K-J. und E.N. DVORKIN: *A formulation of general shell elements - the use of mixed interpolation of tensorial components*. *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 22:697–722, 1986.

- [4] BRAUN, M., BISCHOFF M und E. RAMM: *Nonlinear shell formulations for complete three-dimensional constitutive laws including composites and laminates*. Comp. Mech., 15:1–18, 1994.
- [5] BREWER, J.C. und LAGACE P.A.: *Quadratic stress criterion for initiation of delamination*. J. Comp. Mat., 22:1141–1155, 1988.
- [6] CHEN, J., M. CRISFIELD und A.J.KINLOCH U.A.: *Predicting progressive delamination of composite material specimens via interface elements*. Mech. Comp. Mat. Struc., 6:301–317, 1999.
- [7] DAVILA, C.G., P.P. CAMANHO: *Analysis of the effects of residual strains and defects on skin/stiffener debonding using decohesion Elements*. Technischer Bericht, NASA Langley Research Center.
- [8] DAVILA, C.G., P.P. CAMANHO: *Decoherence elements using two and three-parameter mixed-mode criteria*. Technischer Bericht, American Helicopter Society Conference, Williamsburg, VA, October 29 - November 1, 2001.
- [9] GONCALVES, J.P.M., M.F.S.F. DE MOURA U.A.: *Interface element including point-to-surface constraints for three-dimensional problems with damage propagation*. Engineering Computations, 17:28–47, 2000.
- [10] GOYAL, V.K., E. R. JOHNSON und C.G. DÁVILA: *Irreversible constitutive law for modeling the delamination process using interfacial surface discontinuities*. Computers & Structures, 65:289–305, 2004.
- [11] KLINKEL, S., F. GRUTTMANN und W. WAGNER: *A continuum based three-dimensional shell element for laminated structures*. Computers & Structures, 71:43–62, 1999.
- [12] KRÄTZIG, W.B. und D. JUN: *Multi-layer multi-director concepts for D-adaptivity in shell theory*. Computers & Structures, 80:719–734, 2002.
- [13] OCHOA, O. O. und J. N. REEDY: *Finite Element Analysis of Composite Laminates, Solid Mechanics and its Applications 7*. Kluwer Academic Publishers, 1992.
- [14] R.H. MACNEAL, R.L. HARDER: *A proposed standard set of problems to test finite element accuracy*. Finite Elements in Analysis and Design, 1:3–20, 1985.
- [15] SCHOOP, H.: *Oberflächenorientierte Schalentheorien endlicher Verschiebungen*. Ingenieur-Archiv, 56:427–437, 1986.
- [16] SIMO, J.C. und F. ARMERO: *Geometrically non-linear enhanced strain mixed methods and the method of incompatible modes*. Int. J. Num. Meth. Eng., 33:1413–1449, 1992.
- [17] VERHOEVEN, H.: *Geometrisch und physikalisch nichtlineare finite Plattenelemente mit Berücksichtigung der Dickenverzerrungen*. Doktorarbeit, Technische Universität Berlin, 1992.
- [18] WHITCOMB, J.D.: *Parametric analytical study of instability-related delamination growth*. Comp. Science Tech., 25:19–48, 1986.